

DM 11 f - SIERPINSKI

A rendre pour **mercredi 7/05/2025**. Rendu avec 1 jour de retard : - 5. Rendu avec plus d'un jour de retard : **00/20**.

Partie 1 - Calcul de l'aire d'un triangle équilatéral et du volume d'un tétraèdre régulier

On donnera toutes les valeurs approchées au dixième.

On part d'un triangle ABC équilatéral de côté 18 cm.

Soient D, E et F les milieux respectifs de [AB], [BC] et [AC].

On admet que les médianes sont perpendiculaires aux côtés du triangle ABC.

Soit O le point d'intersection des médianes.

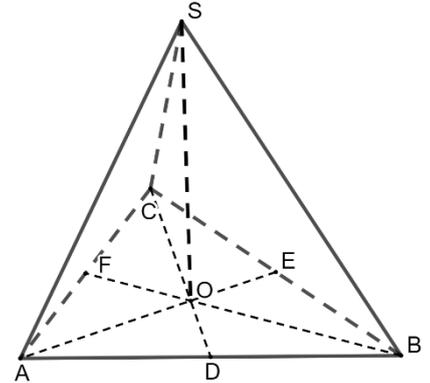
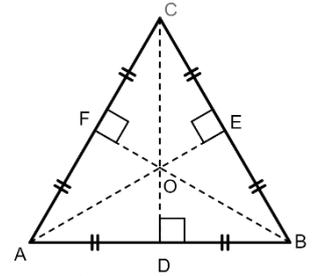
On admet que $AO = \frac{2}{3} AE$

1. Calcule AE puis AO.
2. Déduis-en l'aire du triangle ABC.

Soit S le point de l'espace tel que ABCS soit un tétraèdre régulier ; les triangles ABS, ACS et BCS sont équilatéraux de côté 18 cm.

On admet que AOS est rectangle en O.

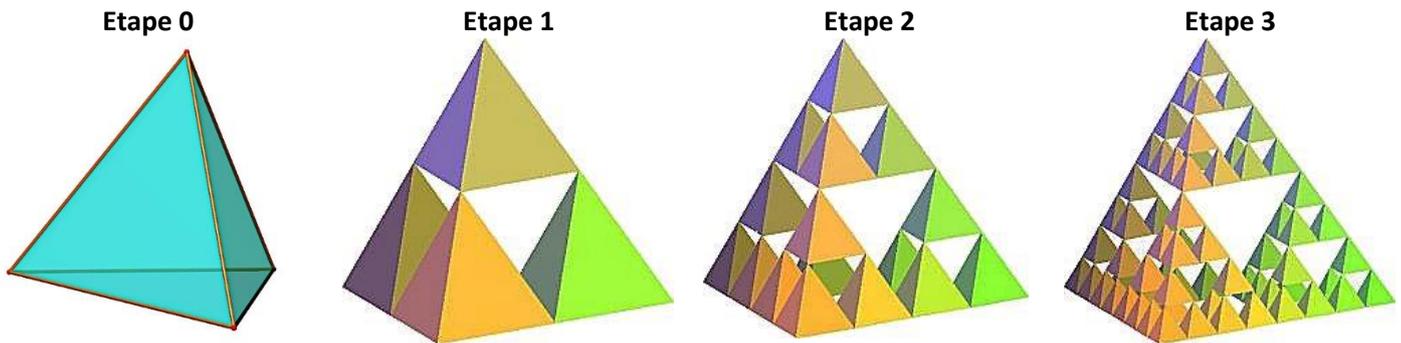
3. Calcule la hauteur SO du tétraèdre.
4. Déduis-en le volume du tétraèdre.



Partie 2 – Fractales ...

L'étape 0 est un tétraèdre régulier simple.

On passe à l'étape suivante en empilant des tétraèdres de l'étape précédente en laissant un « trou » au milieu.



Le tétraèdre augmente son volume à chaque étape mais on a réduit les images dans le tableau ci-dessus.

Recopie et complète le tableau ci-dessous en indiquant les formules écrites dans les cases B3, C3 et D3 que l'on peut étirer vers le bas pour compléter le tableau.

	A	B	C	D
1	Etape	Nombre de tétraèdres au total	Nombre de tétraèdres « pleins »	Pourcentage de volume occupé
2	0	1	1	100 %
3	1	5	4	80 %
4	2			
5	3			
6	4			
7	5			
8	6			
9	7			
10	8			
11	9			
12	10			
13	11			
14	12			
15	13			
16	14			
17	15			

Partie 3 – Masse et densité

On suppose que, en comptant la feuille de plastification, le papier à une masse de $200 \text{ g} / \text{m}^2$.

On part du tétraèdre de l'étape 3 qui est présenté au collège.

1. Quelle est sa hauteur ?
2. Quelle surface de papier a-t-on utilisé pour réaliser ce solide ?
On peut utiliser la question 2 de la partie 1.
3. Quelle est la masse de ce solide ?
4. En prenant comme volume total, le volume du grand tétraèdre « troué », quelle est la densité de ce tétraèdre ?
Donne le résultat en kg/m^3 .

BONUS

Trouver la masse et la hauteur du tétraèdre « troué » de l'étape 15.

